

Les FLOTS [streams]

Tous les flots seront "infinis"...

Exercice 12.1 a) Sur le modèle du flot des entiers INT [page 14], définir le flot IMPAIR de tous les nombres impairs ≥ 1 :

```
> (sprint IMPAIR)
```

```
[1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,...]
```

b) Toujours sur le même modèle, définir le flot FACT des factorielles :

```
> (sprint FACT)
```

```
[1,1,2,6,24,120,720,5040,40320,362880,...]
```

c) Toujours sur le même modèle, définir un flot (rand n) d'entiers aléatoires dans $[0, n-1]$:

```
> (stream-write (rand 100))
```

```
[95,12,51,23,5,75,43,1,94,37,...]
```

Exercice 12.2 Programmez la fonction (sfilter f S) prenant un flot S et un prédicat f, et retournant le flot des éléments de S vérifiant f :

```
> (sprint (sfilter (lambda (n) (zero? (modulo n 5))) IMPAIR))
```

```
[5,15,25,35,45,55,65,75,85,95,...]
```

Exercice 12.3 a) Ecrivez une version (smap2 f S1 S2) acceptant deux flots. Prenez modèle sur la version de smap vue en cours à la page 14. Si vous avez du courage, produisez une version à nombre quelconque de flots (smapN f S1 S2 ...) :

```
> (sprint (smapN + FACT IMPAIR IMPAIR))
```

```
[3,7,12,20,42,142,746,5070,40354,362918,...]
```

b) En déduire les définitions courtes de (s+ S1 S2), de (s- S1 S2) et de (s* S1 S2), tous terme à terme (attention : $s \cdot n$ n'est pas le produit entre séries !) :

```
> (sprint (s+ IMPAIR IMPAIR))
```

```
[2,6,10,14,18,22,26,30,34,38,...]
```

c) A partir du flot constant ONE défini en cours 12 page 14, définissez le flot constant DEUX = [2,2,2,2,2,...]. En déduire une autre définition [implicite] du flot IMPAIR en pensant :

« IMPAIR + DEUX $\approx$ IMPAIR »...

d) Dans le même ordre d'idées : « INT + ONE $\approx$ INT », non ? Définissez ainsi le flot INT des entiers naturels :

```
> sprint(INT)
```

```
[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,...]
```

e) Définissez le flot infini [(1 1), (2 4), (3 9), (4 16), (5 25), ...].

Exercice 12.4 Définir de manière implicite [cf cours page 19] :

- a) le flot infini des factorielles $\{1, 1, 2, 6, 24, 120, \dots\}$
- b) le flot infini des nombres de Fibonacci $\{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots\}$

Application aux séries numériques

Exercice 12.5 a) Par calculs sur papier uniquement, répondez à la question suivante : quels sont les 6 premiers éléments de la série numérique S définie par :

(define S (scons 1 (serie+ S S)))

- b) Vérifiez ensuite votre réponse au toplevel !

Exercice 12.6 a) Complétez les co-définitions des séries SIN et COS [page 21].

- b) Complétez la définition de (serie* S1 S2) de la page 24.

NB. La multiplication des séries n'est pas la multiplication terme à terme de deux flots !

- c) Comment vérifieriez-vous avec les séries que $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

- d) Complétez la définition de (serie/ S1 S2) de la page 26.

- e) Donnez une valeur exacte puis approchée du coefficient de x^{25} dans le développement de $\tan x$.

Exercice 12.8 a) Calculez la série de Taylor de $\frac{x}{1-x^2}$ en 0. Vérifiez sur papier avec vos maths ou sur le

Web avec Wolfram Alpha...

- b) Par intégration d'une série bien choisie, calculez la série de Taylor de $\log(1+x)$ en 0.