

50 ANS UNIVERSITÉ NICE SOPHIA ANTIPOLIS

Histoires d'une université d'aujourd'hui

Textes, Laurie CHIARA
Photographies, Aurélie MACARRI

“ Jean Alexandre Dieudonné : impact et héritage de la pensée bourbakiste ”



Son imposante silhouette s'est projetée, la première, sur les murs du Grand Château de Valrose. Éminent chercheur, administrateur charismatique, il se reconnaissait des manières « *semi-autocratiques* ». Pourtant, à l'évocation de son nom, des sourires se dessinent inmanquablement. Il achevait ses journées assis au piano et dédiait les premières heures du jour à l'exploration mathématique. Jean Alexandre Dieudonné a été le premier doyen de la Faculté des Sciences de Nice. Entre 1965 et 1969, il installe également, au rez-de chaussée de l'éclatant bâtiment de style gothique, le laboratoire de mathématiques.

Désormais sexagénaire, il s'apprête ainsi à achever une carrière menée un temps dans le secret, sous le pseudonyme de Nicolas Bourbaki. Derrière cette identité factice, un groupe de jeunes mathématiciens formé d'entre l'entre-deux guerres a nourri, dès 1934, un projet sans pareil. « *Le programme avait du sens. Il s'agissait, au lieu d'étudier les phénomènes pour eux même, de tenter*

de les comprendre au moyen d'idées très générales, les plus universelles possibles. De là, émergeaient des théories, dont les mathématiciens espéraient qu'elles se propagent aux cas particuliers », résume Frédéric Patras, directeur de recherche au laboratoire Jean Alexandre Dieudonné (LJAD).

Il a écrit, en 2001, un ouvrage intitulé « *La pensée mathématique contemporaine* ». Il y revient attentivement sur la théorie des structures, connue pour être l'innovation majeure des bourbakistes. Ce livre, destiné à un large public, permet de mieux cerner l'influence du groupe Bourbaki sur la façon même d'appréhender les mathématiques, jusque sur les bancs de l'école.

Comme le doyen Dieudonné s'avère être un artisan majeur du groupe, il pose les premières pierres de la Faculté des Sciences avec cette idéologie en toile de fond. La confrérie cherchait alors à créer un langage unifié au moyen duquel présenter absolument tous les résultats mathématiques importants.

$$g_0 = 0$$

$$g = 0$$

$$\Rightarrow g = \begin{pmatrix} g_0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Rate

$$g = g_0$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda \end{pmatrix}$$

$$A + C_1 A^2 + \dots$$

$$2 + 2 = 3$$

$$f(x) = 0$$

$$\lambda f_0(\alpha, \beta) = \frac{e^{-\beta x}}{x}$$

$$f_0(x, \beta) = f + \alpha x f - \beta x f = 0$$

$$F(\frac{1}{2} + \beta) \psi = v * e$$

$$\pm |x| = \cos x$$

$$\Lambda(x) = 0$$

$$\Lambda'(x) = 0$$

$$f = f_0 + f_1$$

$$d_x f = \sum f_j + \nu(f_j)$$

$$S_f = A(x) + cc \nu(A(x))$$

$$x = \frac{1}{\mu} x$$

$$x = \frac{1}{\mu} \tilde{u} + \dots$$

$$a = \lambda a + N(a)$$

$$= \lambda a - a^3$$

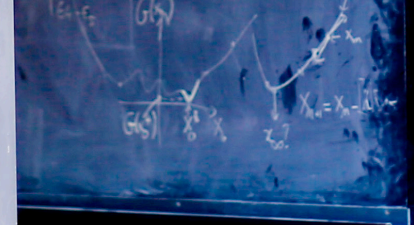
$$a_{set}$$

$$0.5 [(x_0 - x_1)^2 + (x_1 - x_2)^2 + \dots + (x_{n-1} - x_n)^2] = 0$$

$$0.5 [(x_0 - x_1)^2 + \dots + (x_{n-1} - x_n)^2] = 0$$

$$\text{Min } \{ F_1(x_0, x_1) + \dots + F_n(x_{n-1}, x_n) \}$$

$$G: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$





Le salon de musique du Grand Château de Valrose.

Une véritable refonte

« Ils voulaient figer les notions une fois pour toutes », explique Frédéric Patras. Il s'agissait là d'une entreprise considérable avec des conséquences importantes pour l'enseignement. « Bourbaki a diffusé en France une vision très structurée et très abstraite des mathématiques. De ce point de vue, il y a eu une véritable refonte. C'est en grande partie à cela que nous devons aujourd'hui nos médailles Fields », estime le directeur de recherche du IJAD. Mais il exprime davantage de réserve sur l'attribution du structuralisme aux seuls bourbakistes. Leurs travaux semblent en effet s'inspirer de « l'école allemande » en algèbre.

Richard Dedekind, dès le 19^{ème} siècle, s'interroge en effet sur les raisons ultimes de l'existence des théories mathématiques, de résultats et d'objets apparus au cours de calculs. Selon lui, « il manque quelque chose à l'intelligibilité (...) comme si le treillis de ses concepts et résultats indiquaient l'existence d'une idée manquante et nécessaire à sa perfection », écrit Frédéric Patras. À la même époque, David Hilbert

soutient une approche axiomatique des mathématiques. Pour lui, les objets de la géométrie sont fondés en droit et en raison par leur définition formelle et indépendamment de toute intuition.

« Chez les bourbakistes, la notion de structure sera ensuite utilisée surtout dans un sens programmatique », souligne le chercheur du IJAD. « Confrontés à un problème, à une théorie, ils tâchaient de l'englober dans une structure formelle, dans un cadre axiomatique, avec des définitions rigoureuses et le degré maximal de généralité », poursuit-il. Intransigeant, Dieudonné opposait ainsi l'unanimité d'une élite à « ceux qui n'ont pas reçu le don d'une imagination inventive », cite Frédéric Patras. Le premier doyen de sciences manifeste peu d'intérêt pour les façons d'utiliser, de mobiliser les idées, reines.

L'optimisme structuraliste

Il laisse, pour ainsi dire, les situations concrètes aux autres. Moqué pour ses colères, autoritaire, Dieudonné présente une puissance de travail colossale. « On dit qu'il a mis la touche finale à une grande partie des traités de Bourbaki. Il aurait également écrit la plupart des exercices et rédigé la quasi totalité des notices historiques. Cela force le respect et la sympathie », confie Frédéric Patras. À titre personnel, le premier doyen développera en outre la théorie des groupes formels. Au milieu des années 60, il lègue donc à la nouvelle génération des mathématiciens une vision très rigoureuse et théorique de sa discipline. Plus largement, il essaiera de créer tout de suite à l'Université des groupes de scientifiques très forts et homogènes, dans l'esprit du groupe Bourbaki.

Par exemple, le règlement intérieur de la formation ne permet pas à ses membres de poursuivre leurs activités passés 50 ans. Jean Alexandre Dieudonné recrutera systématiquement, pour la faculté des Sciences, de jeunes scientifiques prometteurs, tous sortis de l'École Normale Supérieure et âgés en moyenne d'une trentaine d'années. Mais l'influence du bourbakisme déborde parfois les rangs des mathématiques « pures ». Au début, « il y a eu un « optimisme » structuraliste, l'idée est née qu'il pouvait y avoir des mathématiques un peu partout. Ceci explique sans doute le poids, à une époque, des mathématiques dans l'enseignement », suggère Frédéric Patras. Deux grands noms des sciences humaines et sociales auront par exemple dans l'idée d'appliquer le structuralisme à leur domaine de recherche.

L'anthropologue Claude Lévi-Strauss et le psychanalyste Jacques Lacan cherchent alors à établir des cadres très généraux, presque de type axiomatique, à l'intérieur desquels étudier, pour l'un le fonctionnement des sociétés primitives et pour l'autre celui de l'esprit. « Là où leur espoir était sans doute un peu excessif, c'est quand ils ont essayé de décrire leurs structures au moyen d'un langage formalisé proche des mathématiques », estime le directeur de recherche du IJAD. Depuis, les interactions entre les mathématiques et les autres disciplines n'en ont pas moins continué de se développer, comme en économie, en biologie ou en sciences physiques. Et, « contrairement aux idées reçues, cela ne signifie pas la destitution des théories abstraites. Celles-ci peuvent être mobilisées dans les mathématiques appliquées », prévient Frédéric Patras.

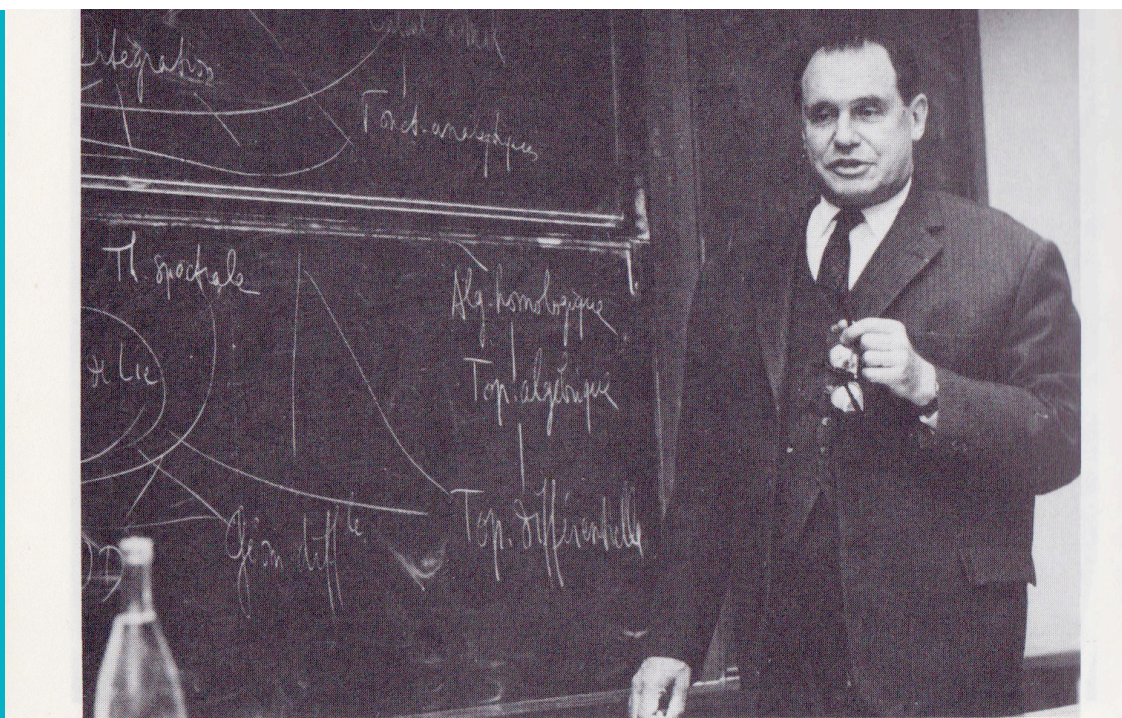


Photo de Jean DIEUDONNÉ page 150 de l'ouvrage de Pierre DUGAC, *Jean Dieudonné, mathématicien complet*, Éditions Jacques Gabay, 1995

L'épuisement des possibilités

Pourtant, le structuralisme semble bel et bien avoir épuisé ses possibilités. « *Le reproche qui a pu être fait aux bourbakistes touche à la recherche du niveau d'abstraction le plus poussé* », explique le mathématicien.

« *À force, la définition perd de son contenu et donc de son sens. Qui plus est, cette approche obligeait à de nombreux détours pour arriver enfin aux notions importantes et utiles* », note Frédéric Patras. Une autre conséquence discutable du structuralisme concerne le sort réservé à la théorie de la connaissance. Car, si la philosophie prend les mathématiques pour objet d'étude dès l'Antiquité, au 20^e siècle, les « vraies » mathématiques évacuent les questions de philosophie.

Nicolas Bourbaki, avec le structuralisme, a lancé « *un défi majeur pour la théorie de la connaissance, mais sans jamais le prendre*

au sérieux comme tel », écrit le directeur de recherche.

Depuis, de son point de vue, la philosophie mathématique n'a pas retrouvé ses lettres de noblesse. Quant à l'enseignement, Frédéric Patras y déplore aujourd'hui des excès inverses à ceux énoncés plus haut. « *Les situations concrètes se sont substituées à l'exigence de l'univers théorique* », regrette-t-il. Enfin, avec la première génération des bourbakistes, à laquelle appartenait Dieudonné, s'est dissipée une certaine façon d'envisager la recherche. « *Jusque dans les années 70, subsistait une volonté d'activité collective, qui disparaît en 80. La carrière personnelle, la technicité, la spécialisation, dans un contexte de discours sur l'excellence, contrecarrent une conception assez généreuse de l'activité* », termine Frédéric Patras.